



J. E. F. T. Ribeiro

Centro de Física das Interações Fundamentais (CFIF), Departamento de Física,  
Instituto Superior Técnico, Av. Rovisco Pais, P-1049-001  
Lisboa, Portugal

# Introdução

Este mini-curso pressupõe conhecimentos básicos de mecânica quântica, tais como funções de onda e hamiltonianos e está organizado em três sessões :

# Introdução

Este mini-curso pressupõe conhecimentos básicos de mecânica quântica, tais como funções de onda e hamiltonianos e está organizado em três sessões :

- Na primeira sessão iremos estudar, com algum pormenor, a estrutura dos estados ligados de quarks nos bariões . Veremos como chegaremos a uma crise se os quarks forem considerados como fermiões e como superar essa crise.

# Introdução

Este mini-curso pressupõe conhecimentos básicos de mecânica quântica, tais como funções de onda e hamiltonianos e está organizado em três sessões :

- Na primeira sessão iremos estudar, com algum pormenor, a estrutura dos estados ligados de quarks nos bariões . Veremos como chegaremos a uma crise se os quarks forem considerados como fermiões e como superar essa crise.
- A segunda sessão é dedicada a meter a dinâmica, i.e, o tempo, na física dos quarks. A noção de antiquark será introduzida e, por arrastamento, o conceito de simetria quiral e a sua quebra espontânea.

# Introdução

Este mini-curso pressupõe conhecimentos básicos de mecânica quântica, tais como funções de onda e hamiltonianos e está organizado em três sessões :

- Na primeira sessão iremos estudar, com algum pormenor, a estrutura dos estados ligados de quarks nos bariões . Veremos como chegaremos a uma crise se os quarks forem considerados como fermiões e como superar essa crise.
- A segunda sessão é dedicada a meter a dinâmica, i.e, o tempo, na física dos quarks. A noção de antiquark será introduzida e, por arrastamento, o conceito de simetria quiral e a sua quebra espontânea.
- Finalmente na última sessão será discutido o grupo de cor: o grupo  $SU(3)$  e introduzidas algumas noções básicas de Teoria de Campos, nomeadamente as Identidades de Ward-Takahashi-Slavnov-Taylor. A soma de séries infinitas de diagramas também será discutida com algum detalhe (Equações Dyson-Schwinger).

# Permutações

A natureza é o que “é”. Assim,

# Permutações

A natureza é o que “é”. Assim,

- existem partículas que duas podem existir como cópias uma da outra (bosões ) e outras em que não podem existir cópias (fermiões )

# Permutações

A natureza é o que “é”. Assim,

- existem partículas que duas podem existir como cópias uma da outra (bosões ) e outras em que não podem existir cópias (fermiões )

Table 1: Como implementar “os fonemas básicos que, mais tarde levarão ao Teorema de Wick“

$$\text{fermiões : } \{ b_{\mathcal{F}}^{\dagger}(\mathcal{C}), b_{\mathcal{F}'}^{\dagger}(\mathcal{C}') \} = 0$$

$$\text{bosões : } [ a_{\mathcal{F}}^{\dagger}(\mathcal{C}), a_{\mathcal{F}'}^{\dagger}(\mathcal{C}') ] = 0$$



# Permutações

A natureza é o que “é”. Assim,

- existem partículas que duas podem existir como cópias uma da outra (bosões ) e outras em que não podem existir cópias (fermiões )

Table 2: Como implementar “os fonemas básicos que, mais tarde levarão ao Teorema de Wick“

$$\text{fermiões : } \{ b_{\mathcal{F}}^{\dagger}(C), b_{\mathcal{F}'}^{\dagger}(C') \} = 0$$

$$\text{bosões : } [ a_{\mathcal{F}}^{\dagger}(C), a_{\mathcal{F}'}^{\dagger}(C') ] = 0$$

- $$[\hat{a}, \hat{b}]|\mathcal{S}\rangle = (\hat{a} \hat{b} - \hat{b} \hat{a})|\mathcal{S}\rangle = 0 \quad \rightarrow (1 - \mathcal{P}^{12}) (1 + \mathcal{P}^{12})|\mathcal{N}\rangle$$
$$\{\hat{a}, \hat{b}\}|\mathcal{S}\rangle = (\hat{a} \hat{b} + \hat{b} \hat{a})|\mathcal{S}\rangle = 0 \quad \rightarrow (1 + \mathcal{P}^{12}) (1 - \mathcal{P}^{12})|\mathcal{N}\rangle$$

# Permutações

A natureza é o que “é”. Assim,

- existem partículas que duas podem existir como cópias uma da outra (bosões) e outras em que não podem existir cópias (fermiões)

Table 3: Como implementar “os fonemas básicos que, mais tarde levarão ao Teorema de Wick”

$$\text{fermiões : } \{ b_{\mathcal{F}}^{\dagger}(\mathcal{C}), b_{\mathcal{F}'}^{\dagger}(\mathcal{C}') \} = 0$$

$$\text{bosões : } [ a_{\mathcal{F}}^{\dagger}(\mathcal{C}), a_{\mathcal{F}'}^{\dagger}(\mathcal{C}') ] = 0$$

Para os “sabores”(F), restringimo-nos ao Spin e ao Isospin, que são simetrias dos quarks:

$$SU(2)_{Spin} \otimes SU(2)_{Isospin} = \{ \uparrow \downarrow \} \otimes \{ u, d \}$$

- $[\hat{a}, \hat{b}]|\mathcal{S}\rangle = (\hat{a} \hat{b} - \hat{b} \hat{a})|\mathcal{S}\rangle = 0 \quad \rightarrow (1 - \mathcal{P}^{12}) (1 + \mathcal{P}^{12})|\mathcal{N}\rangle$   
 $\{\hat{a}, \hat{b}\}|\mathcal{S}\rangle = (\hat{a} \hat{b} + \hat{b} \hat{a})|\mathcal{S}\rangle = 0 \quad \rightarrow (1 + \mathcal{P}^{12}) (1 - \mathcal{P}^{12})|\mathcal{N}\rangle$

## Permutações : continuação

Podemos então construir a tabela seguinte, que mais não é que a tabela de multiplicação do grupo de permutações de dois corpos:

## Permutações : continuação

Podemos então construir a tabela seguinte, que mais não é que a tabela de multiplicação do grupo de permutações de dois corpos:

$S_2$	1	$\mathcal{P}^{12}$
1	1	$\mathcal{P}^{12}$
$\mathcal{P}^{12}$	$\mathcal{P}^{12}$	1

● Em que :

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} (1 - \mathcal{P}^{12})$$

$$\mathcal{S} = \frac{1}{2} (1 + \mathcal{P}^{12})$$

$$\mathcal{S} \mathcal{A} = 0,$$

$$\mathcal{S}^2 = \mathcal{S},$$

$$\mathcal{A}^2 = \mathcal{A}.$$

# Permutações : continuação

Podemos então construir a tabela seguinte, que mais não é que a tabela de multiplicação do grupo de permutações de dois corpos:

$S_2$	1	$\mathcal{P}^{12}$
1	1	$\mathcal{P}^{12}$
$\mathcal{P}^{12}$	$\mathcal{P}^{12}$	1

$S_3$	1	$\mathcal{P}^{12}$	$\mathcal{P}^{23}$	$\mathcal{P}^{13}$	$\mathcal{P}^{123}$	$\mathcal{P}^{132}$
1	1	$\mathcal{P}^{12}$	$\mathcal{P}^{23}$	$\mathcal{P}^{13}$	$\mathcal{P}^{123}$	$\mathcal{P}^{132}$
$\mathcal{P}^{12}$	$\mathcal{P}^{12}$	1	$\mathcal{P}^{123}$	$\mathcal{P}^{132}$	$\mathcal{P}^{23}$	$\mathcal{P}^{13}$
$\mathcal{P}^{23}$	$\mathcal{P}^{23}$	$\mathcal{P}^{132}$	1	$\mathcal{P}^{123}$	$\mathcal{P}^{13}$	$\mathcal{P}^{12}$
$\mathcal{P}^{13}$	$\mathcal{P}^{13}$	$\mathcal{P}^{123}$	$\mathcal{P}^{132}$	1	$\mathcal{P}^{12}$	$\mathcal{P}^{23}$
$\mathcal{P}^{123}$	$\mathcal{P}^{123}$	$\mathcal{P}^{13}$	$\mathcal{P}^{12}$	$\mathcal{P}^{23}$	$\mathcal{P}^{132}$	1
$\mathcal{P}^{132}$	$\mathcal{P}^{132}$	$\mathcal{P}^{23}$	$\mathcal{P}^{13}$	$\mathcal{P}^{12}$	1	$\mathcal{P}^{123}$

● Em que :

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} (1 - \mathcal{P}^{12})$$

●  $\mathcal{S} = \frac{1}{2} (1 + \mathcal{P}^{12})$

●  $\mathcal{S} \mathcal{A} = 0,$

●  $\mathcal{S}^2 = \mathcal{S},$

●  $\mathcal{A}^2 = \mathcal{A}.$

# Permutações : continuação

Podemos então construir a tabela seguinte, que mais não é que a tabela de multiplicação do grupo de permutações de dois corpos:

$S_2$	1	$\mathcal{P}^{12}$	$S_3$	1	$\mathcal{P}^{12}$	$\mathcal{P}^{23}$	$\mathcal{P}^{13}$	$\mathcal{P}^{123}$	$\mathcal{P}^{132}$
1	1	$\mathcal{P}^{12}$	1	1	$\mathcal{P}^{12}$	$\mathcal{P}^{23}$	$\mathcal{P}^{13}$	$\mathcal{P}^{123}$	$\mathcal{P}^{132}$
$\mathcal{P}^{12}$	$\mathcal{P}^{12}$	1	$\mathcal{P}^{12}$	$\mathcal{P}^{12}$	1	$\mathcal{P}^{123}$	$\mathcal{P}^{132}$	$\mathcal{P}^{23}$	$\mathcal{P}^{13}$
			$\mathcal{P}^{23}$	$\mathcal{P}^{23}$	$\mathcal{P}^{132}$	1	$\mathcal{P}^{123}$	$\mathcal{P}^{13}$	$\mathcal{P}^{12}$
			$\mathcal{P}^{13}$	$\mathcal{P}^{13}$	$\mathcal{P}^{123}$	$\mathcal{P}^{132}$	1	$\mathcal{P}^{12}$	$\mathcal{P}^{23}$
			$\mathcal{P}^{123}$	$\mathcal{P}^{123}$	$\mathcal{P}^{13}$	$\mathcal{P}^{12}$	$\mathcal{P}^{23}$	$\mathcal{P}^{132}$	1
			$\mathcal{P}^{132}$	$\mathcal{P}^{132}$	$\mathcal{P}^{23}$	$\mathcal{P}^{13}$	$\mathcal{P}^{12}$	1	$\mathcal{P}^{123}$

● Em que :

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} (1 - \mathcal{P}^{12})$$

$$\mathcal{S} = \frac{1}{2} (1 + \mathcal{P}^{12})$$

$$\mathcal{S} \mathcal{A} = 0,$$

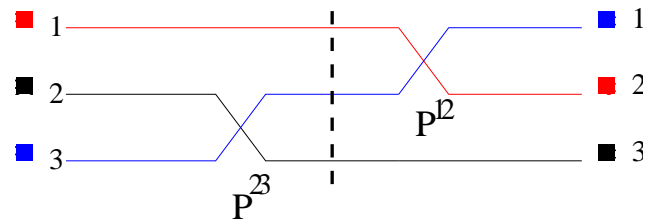
$$\mathcal{S}^2 = \mathcal{S},$$

$$\mathcal{A}^2 = \mathcal{A}.$$

$$\mathcal{P}^{12} \mathcal{P}^{23} = \mathcal{P}^{123}; \mathcal{A}, \mathcal{S}, \mathcal{V}_D, \mathcal{V}_F$$

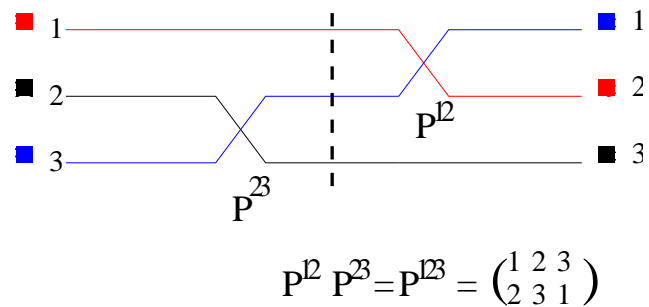
$$\mathcal{A} = \frac{1}{6} (1 - \mathcal{P}^{12} - \mathcal{P}^{13} - \mathcal{P}^{23} + \mathcal{P}^{123} + \mathcal{P}^{132})$$

# Permutações : continuação



$$P^{12} P^{23} = P^{123} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

# Permutações : continuação



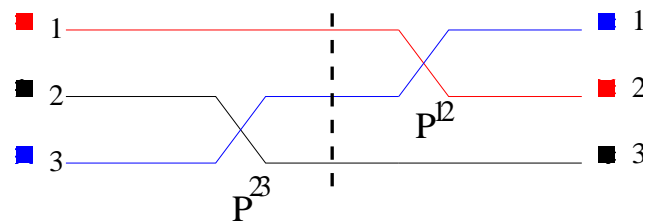
Exemplo. Consideremos o caso mais simples de todos: o caso de duas partículas com spin. O grupo de permutações é o  $S_2$ .

Temos,

$\mathcal{S}$	$\uparrow \uparrow$	$\frac{1}{2} (\uparrow \downarrow + \downarrow \uparrow)$	$\downarrow \downarrow$
$\mathcal{A}$	$\frac{1}{2} (\uparrow \downarrow - \downarrow \uparrow)$		



# Permutações : continuação



$$P^{12} P^{23} = P^{123} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

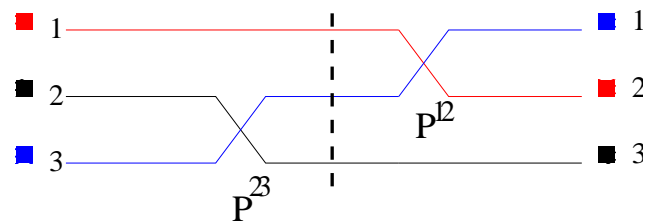
Exemplo. Consideremos o caso mais simples de todos: o caso de duas partículas com spin. O grupo de permutações é o  $S_2$ .

Temos,

$\mathcal{S}$	$\uparrow \uparrow$	$\frac{1}{2} (\uparrow \downarrow + \downarrow \uparrow)$	$\downarrow \downarrow$
$\mathcal{A}$	$\frac{1}{2} (\uparrow \downarrow - \downarrow \uparrow)$		

- Para uma dada simetria, neste caso,  $\mathcal{S}$ , corremos todas as projeções de spin à custa de inversões de spin  $\uparrow \rightarrow \downarrow$

# Permutações : continuação



$$P^{12} P^{23} = P^{123} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Exemplo. Consideremos o caso mais simples de todos: o caso de duas partículas com spin. O grupo de permutações é o  $S_2$ .

Temos,

$\mathcal{S}$	$\uparrow \uparrow$	$\frac{1}{2} (\uparrow \downarrow + \downarrow \uparrow)$	$\downarrow \downarrow$
$\mathcal{A}$	$\frac{1}{2} (\uparrow \downarrow - \downarrow \uparrow)$		

- Para uma dada simetria, neste caso,  $\mathcal{S}$ , corremos todas as projeções de spin à custa de inversões de spin  $\uparrow \rightarrow \downarrow$
- Se tudo o que houvesse, fossem spins, então funções de onda simétricas nestes, assim como sistemas com mais do que dois spins, não poderiam existir. Felizmente que há espaço e, à custa de funções de onda antisimétricas no espaço, poderemos ter spin total  $S = 1$ . É o caso de spin  $S = 1$ , acoplado a momento angular  $L = 1$  (fun. onda antisimétrica) para spin total  $J = 0$ :  ${}^3P_0$ . **Mas podemos construir antisimetria à custa de outro grau de liberdade que não o espaço.**

# Permutações : Projectores de Simetria

1	2	3
---	---	---

$$\rightarrow \mathcal{S} = \frac{1}{6} (1 + \mathcal{P}^{12} + \mathcal{P}^{13} + \mathcal{P}^{23} + \mathcal{P}^{123} + \mathcal{P}^{132})$$

# Permutações : Projectores de Simetria

1	2	3
---	---	---

$$\rightarrow \mathcal{S} = \frac{1}{6} (1 + \mathcal{P}^{12} + \mathcal{P}^{13} + \mathcal{P}^{23} + \mathcal{P}^{123} + \mathcal{P}^{132})$$

1
2
3

$$\rightarrow \mathcal{A} = \frac{1}{6} (1 - \mathcal{P}^{12} - \mathcal{P}^{13} - \mathcal{P}^{23} + \mathcal{P}^{123} + \mathcal{P}^{132})$$

# Permutações : Projectores de Simetria

1	2	3
---	---	---

$$\rightarrow \mathcal{S} = \frac{1}{6} (1 + \mathcal{P}^{12} + \mathcal{P}^{13} + \mathcal{P}^{23} + \mathcal{P}^{123} + \mathcal{P}^{132})$$

1
2
3

$$\rightarrow \mathcal{A} = \frac{1}{6} (1 - \mathcal{P}^{12} - \mathcal{P}^{13} - \mathcal{P}^{23} + \mathcal{P}^{123} + \mathcal{P}^{132})$$

1	2
3	

$$\rightarrow \mathcal{Y}_D = \frac{1}{6} (2(1 + \mathcal{P}^{12}) - \mathcal{P}^{13} - \mathcal{P}^{23} - \mathcal{P}^{123} - \mathcal{P}^{132})$$

# Permutações : Projectores de Simetria

1	2	3
---	---	---

$$\rightarrow \mathcal{S} = \frac{1}{6} (1 + \mathcal{P}^{12} + \mathcal{P}^{13} + \mathcal{P}^{23} + \mathcal{P}^{123} + \mathcal{P}^{132})$$

1
2
3

$$\rightarrow \mathcal{A} = \frac{1}{6} (1 - \mathcal{P}^{12} - \mathcal{P}^{13} - \mathcal{P}^{23} + \mathcal{P}^{123} + \mathcal{P}^{132})$$

1	2
3	

$$\rightarrow \mathcal{Y}_D = \frac{1}{6} (2(1 + \mathcal{P}^{12}) - \mathcal{P}^{13} - \mathcal{P}^{23} - \mathcal{P}^{123} - \mathcal{P}^{132})$$

1	3
2	

$$\rightarrow \mathcal{Y}_F = \frac{1}{6} (2(1 - \mathcal{P}^{12}) + \mathcal{P}^{13} + \mathcal{P}^{23} - \mathcal{P}^{123} - \mathcal{P}^{132})$$

# Permutações : Projectores de Simetria

1	2	3
---	---	---

$$\rightarrow \mathcal{S} = \frac{1}{6} (1 + \mathcal{P}^{12} + \mathcal{P}^{13} + \mathcal{P}^{23} + \mathcal{P}^{123} + \mathcal{P}^{132})$$

1
2
3

$$\rightarrow \mathcal{A} = \frac{1}{6} (1 - \mathcal{P}^{12} - \mathcal{P}^{13} - \mathcal{P}^{23} + \mathcal{P}^{123} + \mathcal{P}^{132})$$

1	2
3	

$$\rightarrow \mathcal{Y}_D = \frac{1}{6} (2(1 + \mathcal{P}^{12}) - \mathcal{P}^{13} - \mathcal{P}^{23} - \mathcal{P}^{123} - \mathcal{P}^{132})$$

1	3
2	

$$\rightarrow \mathcal{Y}_F = \frac{1}{6} (2(1 - \mathcal{P}^{12}) + \mathcal{P}^{13} + \mathcal{P}^{23} - \mathcal{P}^{123} - \mathcal{P}^{132})$$

●  $\mathcal{S} | \uparrow \uparrow \uparrow \rangle = | \uparrow \uparrow \uparrow \rangle$ ,  $\mathcal{Y}_F | \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow \downarrow - \downarrow \uparrow) \uparrow \rangle = | \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow \downarrow - \downarrow \uparrow) \uparrow \rangle \dots$

# Permutações : Projectores de Simetria

1	2	3
---	---	---

$$\rightarrow \mathcal{S} = \frac{1}{6} (1 + \mathcal{P}^{12} + \mathcal{P}^{13} + \mathcal{P}^{23} + \mathcal{P}^{123} + \mathcal{P}^{132})$$

1
2
3

$$\rightarrow \mathcal{A} = \frac{1}{6} (1 - \mathcal{P}^{12} - \mathcal{P}^{13} - \mathcal{P}^{23} + \mathcal{P}^{123} + \mathcal{P}^{132})$$

1	2
3	

$$\rightarrow \mathcal{Y}_D = \frac{1}{6} (2(1 + \mathcal{P}^{12}) - \mathcal{P}^{13} - \mathcal{P}^{23} - \mathcal{P}^{123} - \mathcal{P}^{132})$$

1	3
2	

$$\rightarrow \mathcal{Y}_F = \frac{1}{6} (2(1 - \mathcal{P}^{12}) + \mathcal{P}^{13} + \mathcal{P}^{23} - \mathcal{P}^{123} - \mathcal{P}^{132})$$

Os projectores de Young definidos neste slide constituem a partição da unidade para três corpos:  
 $\mathcal{Y}_F + \mathcal{Y}_D + \mathcal{S} + \mathcal{A} = 1$

●  $\mathcal{S} | \uparrow \uparrow \uparrow \rangle = | \uparrow \uparrow \uparrow \rangle$ ,  $\mathcal{Y}_F | \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow \downarrow - \downarrow \uparrow) \uparrow \rangle = | \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow \downarrow - \downarrow \uparrow) \uparrow \rangle \dots$



## Permutações : Projectores de Simetria, continuação .

No espaço gerado por  $\{Y_D, Y_F\}$  podemos calcular as matrizes seguintes:

$$\mathcal{P}^{12} \rightarrow \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} D & F \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{array}$$

## Permutações : Projectores de Simetria, continuação .

No espaço gerado por  $\{Y_D, Y_F\}$  podemos calcular as matrizes seguintes:

$$\mathcal{P}^{12} \rightarrow \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} D & F \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \quad \mathcal{P}^{13} \rightarrow \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} D & F \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \end{array}$$

## Permutações : Projectores de Simetria, continuação .

No espaço gerado por  $\{Y_D, Y_F\}$  podemos calcular as matrizes seguintes:

$$\mathcal{P}^{12} \rightarrow \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} D & F \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \quad \mathcal{P}^{13} \rightarrow \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} D & F \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \end{array} \quad \mathcal{P}^{23} \rightarrow \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} D & F \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \end{array}$$

## Permutações : Projectores de Simetria, continuação .

No espaço gerado por  $\{Y_D, Y_F\}$  podemos calcular as matrizes seguintes:

$$\mathcal{P}^{12} \rightarrow \begin{array}{cc} D & F \\ D & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ F & \end{array} \quad \mathcal{P}^{13} \rightarrow \begin{array}{cc} D & F \\ D & \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \\ F & \end{array} \quad \mathcal{P}^{23} \rightarrow \begin{array}{cc} D & F \\ D & \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \\ F & \end{array}$$

$$\mathcal{Y}_D = \begin{array}{cc} D & F \\ D & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ F & \end{array}, \quad \mathcal{Y}_F = \begin{array}{cc} D & F \\ D & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ F & \end{array}$$

# Permutações : Projectores de Simetria, continuação .

No espaço gerado por  $\{Y_D, Y_F\}$  podemos calcular as matrizes seguintes:

$$\mathcal{P}^{12} \rightarrow \begin{array}{cc} D & F \\ D & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ F & \end{array} \quad \mathcal{P}^{13} \rightarrow \begin{array}{cc} D & F \\ D & \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \\ F & \end{array} \quad \mathcal{P}^{23} \rightarrow \begin{array}{cc} D & F \\ D & \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \\ F & \end{array}$$

$$\mathcal{Y}_D = \begin{array}{cc} D & F \\ D & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ F & \end{array}, \quad \mathcal{Y}_F = \begin{array}{cc} D & F \\ D & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ F & \end{array}$$

A simples existência de prótons e nêutrons implica um novo grau de liberdade conhecido como Isospin em analogia com o spin.

## Permutações : Projectores de Simetria, continuação .

No espaço gerado por  $\{Y_D, Y_F\}$  podemos calcular as matrizes seguintes:

$$\mathcal{P}^{12} \rightarrow \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} D & F \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \quad \mathcal{P}^{13} \rightarrow \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} D & F \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \end{array} \quad \mathcal{P}^{23} \rightarrow \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} D & F \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\mathcal{Y}_D = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} D & F \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}, \quad \mathcal{Y}_F = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} D & F \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

A simples existência de prótons e neutrões implica um novo grau de liberdade conhecido como Isospin em analogia com o spin.

Portanto para encontrar os valores de matriz dos operadores de troca no produto directo  $I \otimes S$  só temos que multiplicar os números correspondentes que obtemos para cada um dos espaços:  $\langle D_I D_S | \mathcal{P}^{13} | D_I D_S \rangle = \langle D_I | \mathcal{P}^{13} | D_I \rangle \langle D_S | \mathcal{P}^{13} | D_S \rangle = \frac{1}{2} \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ .

# Permutações : Projectores de Simetria, continuação

Um exemplo de matriz no espaço  $Spin \otimes Isospin$

$$\mathcal{P}^{13} = \begin{array}{c} DD \\ DF \\ FD \\ FF \end{array} \begin{array}{cccc} DD & DF & FD & FF \\ \left( \begin{array}{cccc} \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right) \end{array}$$

# Permutações : Projectores de Simetria, continuação

Um exemplo de matriz no espaço  $Spin \otimes Isospin$

$$\mathcal{P}^{13} = \begin{matrix} & DD & DF & FD & FF \\ \begin{matrix} DD \\ DF \\ FD \\ FF \end{matrix} & \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$\langle \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^{I,S}_D | \mathcal{P}^{13} | \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^{I,S}_D \rangle =$$

$$= \langle \frac{1}{\sqrt{2}} ( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}_F \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}_{F^-} \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}_D \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}_D ) | \mathcal{P}^{13} | \frac{1}{\sqrt{2}} ( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}_F \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}_{F^-} \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}_D \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}_D ) \rangle = -\frac{1}{2}$$



# Permutações : Projectores de Simetria, continuação

Um exemplo de matriz no espaço  $Spin \otimes Isospin$

$$\mathcal{P}^{13} = \begin{matrix} & DD & DF & FD & FF \\ \begin{matrix} DD \\ DF \\ FD \\ FF \end{matrix} & \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$\langle \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{D}^{I,S} | \mathcal{P}^{13} | \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{D}^{I,S} \rangle =$$

$$= \langle \frac{1}{\sqrt{2}} ( \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_F \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{F^-} \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_D \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_D ) | \mathcal{P}^{13} | \frac{1}{\sqrt{2}} ( \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_F \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{F^-} \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_D \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_D ) \rangle = -\frac{1}{2}$$

$$\langle \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{F}^{I,S} | \mathcal{P}^{13} | \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{F}^{I,S} \rangle = \frac{1}{2}, \quad \langle \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{D}^{I,S} | \mathcal{P}^{13} | \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{F}^{I,S} \rangle = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \dots$$

# Permutações : Projectores de Simetria, continuação

Um exemplo de matriz no espaço  $Spin \otimes Isospin$

$$\mathcal{P}^{13} = \begin{matrix} & DD & DF & FD & FF \\ \begin{matrix} DD \\ DF \\ FD \\ FF \end{matrix} & \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \langle \mathcal{P}^{13} \rangle = \begin{matrix} & D^{S,I} & F^{S,I} \\ \begin{matrix} D^{S,I} \\ F^{S,I} \end{matrix} & \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$\langle \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{D}^{I,S} | \mathcal{P}^{13} | \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{D}^{I,S} \rangle =$$

$$= \langle \frac{1}{\sqrt{2}} ( \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_F \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{F^-} \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_D \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_D ) | \mathcal{P}^{13} | \frac{1}{\sqrt{2}} ( \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_F \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{F^-} \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_D \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_D ) \rangle = -\frac{1}{2}$$

$$\langle \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{F}^{I,S} | \mathcal{P}^{13} | \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{F}^{I,S} \rangle = \frac{1}{2}, \quad \langle \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{D}^{I,S} | \mathcal{P}^{13} | \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}_{D}^{I,S} \rangle = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \dots$$

# Multipletos de hádrões : a crise da simetria dos quarks

● Obtemos finalmente no espaço  $I \otimes S$ :

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^{I \otimes S}_D = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_F \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_F - \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_D \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_D \right)$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^{I \otimes S}_F = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_D \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_F + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_F \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_D \right)$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}^{I \otimes S} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_F \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_F + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_D \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_D \right)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}^{I \otimes S} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_D \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_F - \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_F \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_D \right)$$

# Multipletos de hádrões : a crise da simetria dos quarks

● Obtemos finalmente no espaço  $I \otimes S$ :

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} I \otimes S = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} S - \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} S \right)$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} I \otimes S = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} S + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} S \right)$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} I \otimes S = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} S + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} S \right)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} I \otimes S = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} S - \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} S \right)$$

● Existindo ainda  $\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} I \otimes S = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} I \otimes \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} S$

# Multipletos de hádrões : a crise da simetria dos quarks

● Obtemos finalmente no espaço  $I \otimes S$ :

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^{I \otimes S}_D = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_F \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_F - \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_D \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_D \right)$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^{I \otimes S}_F = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_D \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_F + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_F \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_D \right)$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}^{I \otimes S} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_F \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_F + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_D \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_D \right)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}^{I \otimes S} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_D \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_F - \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I_F \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S_D \right)$$

● Existindo ainda  $\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}^{I \otimes S} = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^I \otimes \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}^S$

$$Isospin = \frac{1}{2}$$

$$Isospin = \frac{3}{2}$$

# Multipletos de hádrões : a crise da simetria dos quarks

● Obtemos finalmente no espaço  $I \otimes S$ :

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^{I \otimes S}_D = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^I_F \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^S_F - \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^I_D \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^S_D \right)$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^{I \otimes S}_F = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^I_D \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^S_F + \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^I_F \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^S_D \right)$$

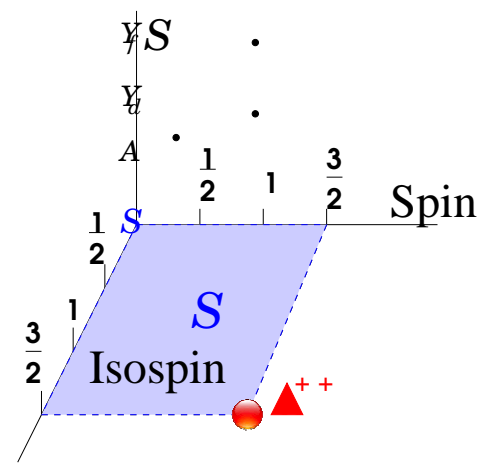
$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array}^{I \otimes S} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^I_F \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^S_F + \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^I_D \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^S_D \right)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array}^{I \otimes S} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^I_D \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^S_F - \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^I_F \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^S_D \right)$$

● Existindo ainda  $\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array}^{I \otimes S} = \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^I \otimes \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}^S$

$$Isospin = \frac{1}{2}$$

$$Isospin = \frac{3}{2}$$



# Multipletos de hádrões : a crise da simetria dos quarks

● Obtemos finalmente no espaço  $I \otimes S$ :

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \otimes S = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S - \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S \right)$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \otimes S = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S + \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S \right)$$

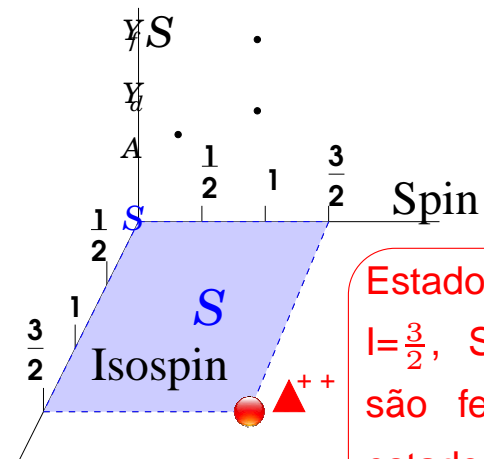
$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} I \otimes S = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S + \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S \right)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} I \otimes S = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S - \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S \right)$$

● Existindo ainda  $\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} I \otimes S = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} I \otimes \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} S$

$$I_{\text{ospin}} = \frac{1}{2}$$

$$I_{\text{ospin}} = \frac{3}{2}$$



Estado Simétrico,  $I = \frac{3}{2}$ ,  $Spin = \frac{3}{2}$ , mas são fermiões e o estado não devia ser antisimétrico ?

# Multipletos de hádrões : a crise da simetria dos quarks

● Obtemos finalmente no espaço  $I \otimes S$ :

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \otimes S = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S - \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S \right)$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \otimes S = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S + \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S \right)$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} I \otimes S = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S + \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S \right)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} I \otimes S = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S - \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} I \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} S \right)$$

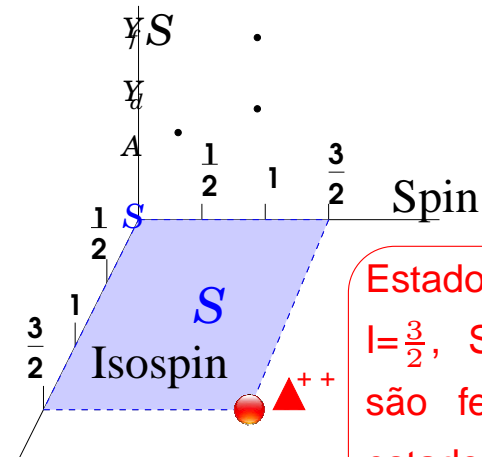
● Existindo ainda  $\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} I \otimes S = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} I \otimes \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} S$

*Isospin* =  $\frac{1}{2}$

*Isospin* =  $\frac{3}{2}$

Tem que existir um outro grau de liberdade para formar um estado antisimétrico, mesmo que seja simétrico no

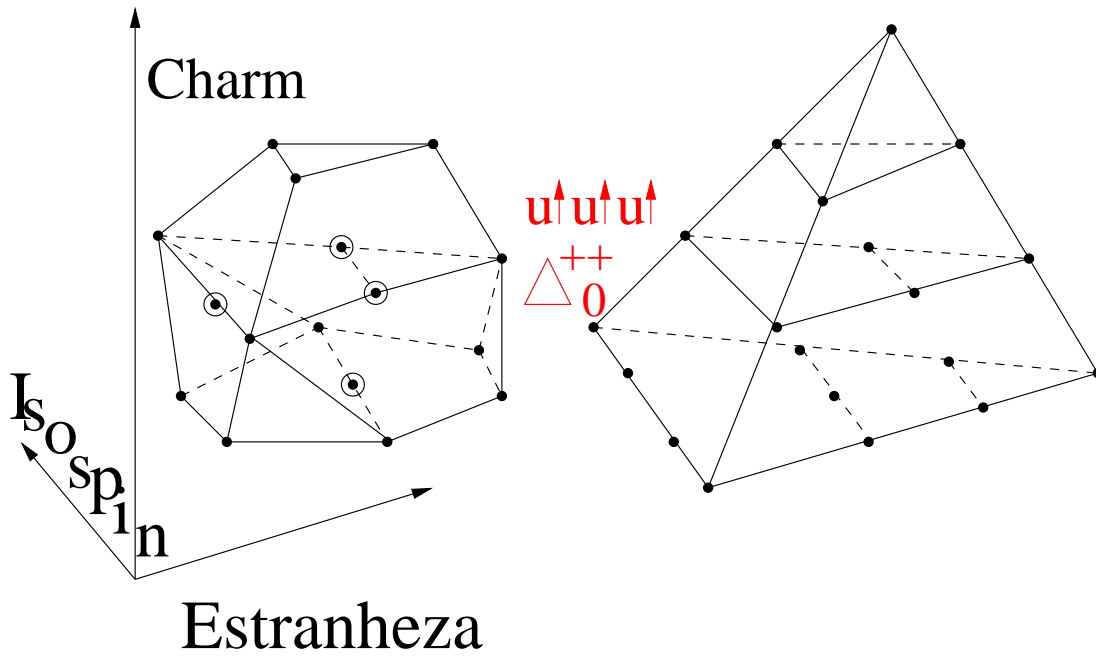
$$I \otimes S: \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} I \otimes S \otimes \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} cor$$



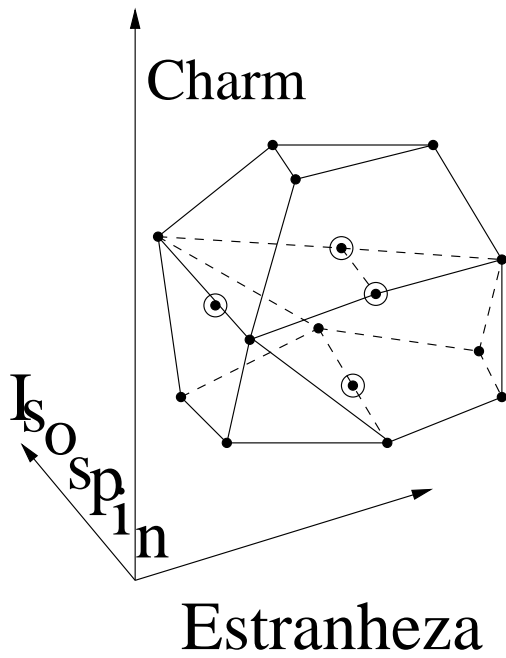
Estado Simétrico,  $I = \frac{3}{2}$ ,  $Spin = \frac{3}{2}$ , mas são fermiões e o estado não devia ser antisimétrico ?



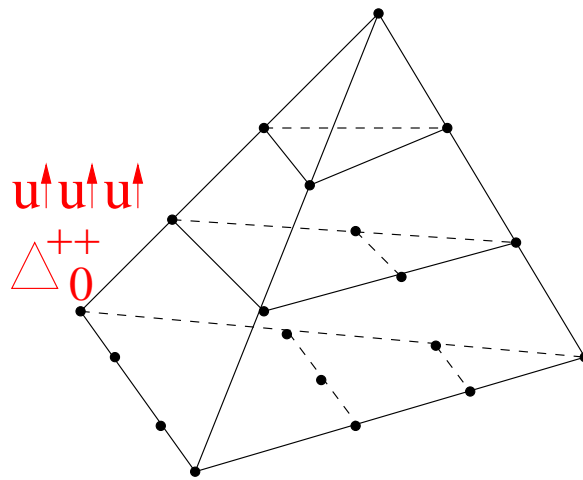
# Hadrões : multipletos



# Hadrões : multipletos



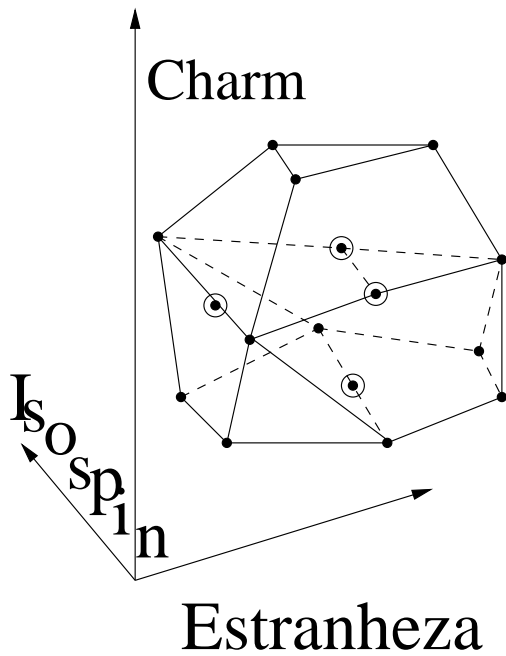
$u \uparrow u \uparrow u \uparrow$   
 $\Delta^{++}$   
 $0$



$$\Delta_0^{++} = |u \uparrow_1 u \uparrow_2 u \uparrow_3\rangle \otimes$$

$$\otimes \left| \begin{array}{ccc} V_1 & v_1 & a_1 \\ V_2 & v_2 & a_2 \\ V_3 & v_3 & a_3 \end{array} \right\rangle =$$

# Hadrões : multipletos

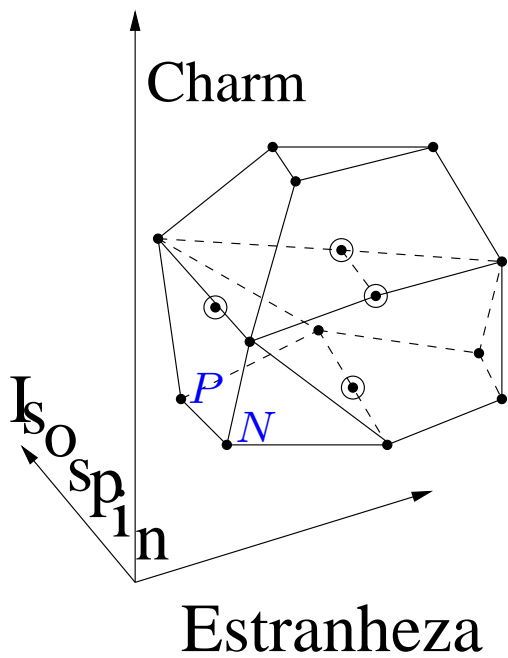


$u \uparrow u \uparrow u \uparrow$   
 $\Delta^{++}$   
 $0$

$$= \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \mathcal{F} \otimes S \otimes \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \square \\ \square \\ \square \\ \hline \end{array} \text{COR}$$

$$\Delta_0^{++} = |u \uparrow_1 u \uparrow_2 u \uparrow_3\rangle \otimes \left| \begin{array}{ccc} V_1 & v_1 & a_1 \\ V_2 & v_2 & a_2 \\ V_3 & v_3 & a_3 \end{array} \right\rangle =$$

# Hadrões : multipletos



$$|P \uparrow\rangle = \sqrt{\frac{1}{18}} (|u \uparrow u \downarrow d \uparrow\rangle + |u \downarrow u \uparrow d \uparrow\rangle - 2|u \uparrow u \uparrow d \downarrow\rangle +$$

$$+ |u \uparrow d \uparrow u \downarrow\rangle + |u \downarrow d \uparrow u \uparrow\rangle - 2|u \uparrow d \downarrow u \uparrow\rangle +$$

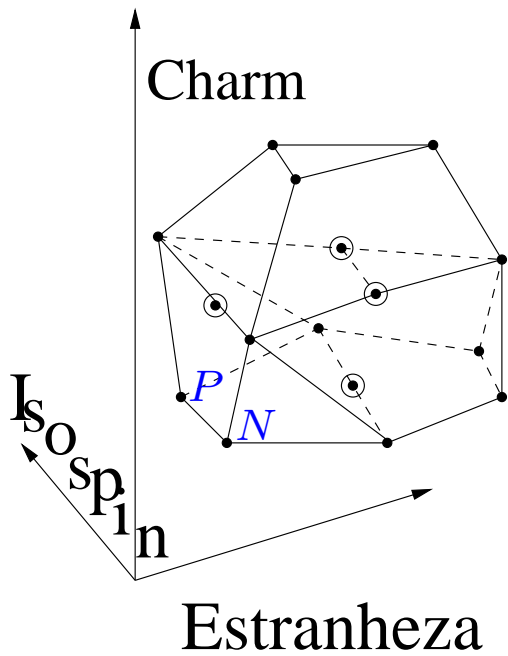
$$+ |d \uparrow u \uparrow u \downarrow\rangle + |d \uparrow u \downarrow u \uparrow\rangle - 2|d \downarrow u \uparrow u \uparrow\rangle).$$

$u \uparrow u \uparrow u \uparrow$   
 $\Delta^{++}$   
 $0$

$$= \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array} \mathcal{F} \otimes S \otimes \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} \text{COR}$$

$$\Delta_0^{++} = |u \uparrow_1 u \uparrow_2 u \uparrow_3\rangle \otimes \left| \begin{array}{ccc} V_1 & v_1 & a_1 \\ V_2 & v_2 & a_2 \\ V_3 & v_3 & a_3 \end{array} \right\rangle =$$

# Hadrões : multipletos



$$|P \uparrow\rangle = \sqrt{\frac{1}{18}} (|u \uparrow u \downarrow d \uparrow\rangle + |u \downarrow u \uparrow d \uparrow\rangle - 2|u \uparrow u \uparrow d \downarrow\rangle + \\ + |u \uparrow d \uparrow u \downarrow\rangle + |u \downarrow d \uparrow u \uparrow\rangle - 2|u \uparrow d \downarrow u \uparrow\rangle + \\ + |d \uparrow u \uparrow u \downarrow\rangle + |d \uparrow u \downarrow u \uparrow\rangle - \\ - 2|d \downarrow u \uparrow u \uparrow\rangle).$$

$u \uparrow u \uparrow u \uparrow$   
 $\Delta^{++}$   
 $0$

$$= \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array} \mathcal{F} \otimes S \otimes \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} \text{COR}$$

$$\Delta_0^{++} = |u \uparrow_1 u \uparrow_2 u \uparrow_3\rangle \otimes \left| \begin{array}{ccc} V_1 & v_1 & a_1 \\ V_2 & v_2 & a_2 \\ V_3 & v_3 & a_3 \end{array} \right\rangle =$$

Na próxima lição iremos falar sobre o novo grau de liberdade, que chamamos de cor, assim como inserir o tempo na física dos quarks: a cor e o tempo na física dos quarks.